７．資源プロジェクト評価の理論

７－１．資源の確定価値

本節は評価手法と言うよりは評価のための理論が中心の話になります。これらは資源開発を経済活動として捉えるためのコンセプトだと思って頂ければと思います。

本書５－３で、ＤＣＦ分析が資源プロジェクトの評価に如何に役に立たないかを説明しました。しかし実際の資源プロジェクトの経済評価レポートにはもっぱらこの手法が用いられています。ＤＣＦ分析による評価結果は未来の収益とコストに関する前提条件、特に価格の設定の仕方に大きく左右されますから、こうした条件を十分認識した上でＮＰＶやＩＲＲの数字を見る必要があります。

こうした条件付き評価よりも、あらゆる条件を想定した総合的な評価の方が当然望ましいはずです。こうした総合的な評価の方法として、時間変動しない資源の確定価値の設定や、数学理論を駆使した価格変動の精密予測があります。いずれも現状ではまだ理論の域を出ていませんが、近い将来こうした考え方が実際のプロジェクト評価に応用されるようになると思われるので、その概要をご紹介します。今回はまず前者の話から始めましょう。

先物取引のしくみ

「資源の確定価値を設定する」と書きましたが、価格変動が避けられない金属資源でそんな事が出来るのでしょうか？これを可能にする理屈を理解するために、金属地金の先物市場について考えてみましょう。

先物予約とは、ご存じの通り未来のある時点で特定の数量の商品を特定の値段で売り買いする事を約束する事で、例えば３ヶ月後に金100グラムを15万円で売るとか、半年後に銅地金10トンを300万円で買うなどといった内容です。もちろん約束した以上その時期が来たら必ずその取引を実行せねばなりません[1)]。またある時点にある条件で先物を売るためには、同じ時点に同じ条件でその先物を買う人が居なければなりません。こうした先物の売り買いの注文をマッチングさせて取引を成立させる場所が先物市場です。実際には先物取引は総合市場で現物取引と並行して行われるのが普通で、その対象物資と実際の売り買いの時期は各市場毎に何通りかに規格化されています。例えばＣＯＭＥＸの金相場には現物価格の他に最大５年後までの十数通りの先物価格が示されていて、各々の条件についてこの値段で先物取引が成立する事を示しています。

実際の先物市場の利用形態には様々なパターンがあり、それだけで一つの講座になるくらいですが、その目的は大きく２つに区分できます。まず実際にその商品を継続的に売り買いする必要のある人にとっては、先物取引は将来の価格変動による収益度のリスクを消すための手段として利用できます。例えば今から金鉱石の採掘を開始し１年後に金地金を手に入れる事業を行おうとしている場合、１年後にその金がいくらで売れるかを先物売り予約により今から決めておけば、事業収入を確定させることが出来ます。これにより

1）ただしその品物をその時点で本当に売り買いする必要がなければ、先物の売り注文の実行と同時に同じ数量の現物を買ったり、買い注文の実行と同時に同量の現物を売ったりする事により、品物自体を実際に動かさずに取引を実行することも出来ます。ただしこの場合、事前に約束してあった値段とその時の現物の値段とに差があれば、その差額が先物取引を実行した人の損失ないし利益となります。

事業の収支計算のうち少なくとも収入に関してはリスクが無くなり、かなり現実的な経済評価が可能となるのです。一方銅地金から電線を作る会社にとっては、例えば年間の原料調達コストを確定させたいが１年分まとめて購入すると置き場に困るというような場合に、銅の先物買いを予約する事で問題を解決できるのです。これらのように将来発生する収入や支出のリスクを取り払うことを「リスクヘッジ」と言い、先物市場は将来の取引に伴うリスクをヘッジする手段として利用できるのです。

もう一つの利用方法は、「利ざや稼ぎ」を目的とした利用です。例えば以前に予約していた先物売りの値段が実際に売る時点での現物相場より高ければ、安い現物を買ってこれを先物予約の実行取引として売ることで差益を得ることが出来ます。また先物買い予約をした値段がその時の現物相場より安ければ、買った先物を現物相場で売ることによって利ざやを稼げるのです。ただし現物相場が予約した先物売りの値段より高くなったり、予約した先物買いの値段より安くなったりしてしまうと、逆に損失を被ります[2)]。利ざや稼ぎを目的とした先物取引では、誰もがこうした損失を回避し利益を最大化しようと考えるので、その取引はある共通の方針に基づいて行われると考えられます。この共通の方針こそが、資源の確定価値を決める上で重要なポイントとなるのです。

---

2) 従って、将来現物相場が先物相場より高くなると予想されれば先物買いを、安くなると思えば先物売りを予約すればよいのですが、現実の相場がその通りになる保証はありません。この辺の事情をちゃんと説明せずに「絶対儲かるから」と言って人の金を相場に注ぎ込んだ悪徳商法の会社がありましたが、少なくともプロの相場師が自分の金と責任でこうした取引を行うことは市場を維持する上で必要不可欠であり、結果として先物取引が成立する機会を増やし、市場に前述のリスクヘッジ機能を持たせている訳です。

先物相場の形成メカニズム

まず先物相場がどのように決まるかを見てみましょう。今ある金属の地金１キロを持っている人が、これを今すぐ売るか、１年後に売るかを考えているとします。その現物相場はキロ１万円です。この人の取引の目的は利ざや稼ぎであり、１年後に手元に残る金額を少しでも多くする事です。しかしその金額は確定しておきたいので、地金をそのまま持っていて１年後にその時の現物相場で売る事は考えていません。従って、実際の選択肢は以下の２通りになります。

１：今すぐ地金を売り、１万円を銀行に預けて１年後に利子と共に受け取る。

２：１年後の先物売りをF_1円で予約し、１年後にその値段で地金を売る。

１を選択した場合１年後に受け取る金額は、銀行預金の年利が５％だったとすると、１万５百円です。２の場合は１年後にF_1円が手に入ることになりますが、もしこれが１万５百円より安ければ先物売りの予約をするメリットはありません。２を選択するのはF_1＞１万５百円の場合のみのはずです。これは利ざや稼ぎの目的で取り引きする人に共通の判断ですから、市場への供給が全てこうした利ざや稼ぎを目的としているとすれば、１万５百円を下回る値段の先物売り予約はあり得ず、従ってF_1は常にこれを上回るはずです。では逆にF_1が１万５百円を大きく上回っていたとするとどうなるでしょうか？恐らくほとんどの売り手が現物売りを止めて先物売り予約をするでしょう。しかしこの条件で先物買いを予約する人はごく特殊な事情（今は地金を買えないが１年後には幾ら払ってでも買わねばならない）のある人だけです。従って１年ものの先物は売り注文が殺到し買い注文がほとんど無い状態になります。先物市場では売りと買いの注文が釣り合うように相場が設定

されますから、結局この場合は買い需要に見合うまで相場が下がります。従ってF_1が１万５百円を大きく上回ることも実際には起こりません。最終的には、F_1はほぼ１万５百円前後に落ち着くという事になります。

このように、先物相場というのは決して需給バランスだけでランダムに決まる訳ではなく、原則としてその時のリスク無し投資の収益率に見合う額を現物価格に上乗せした値に収束します。これを式で表すと、t年後の先物相場の収束値をF_t、現在の現物相場をP_0、リスク無し投資の年間収益率をrとした時、

$$F_t = P_0 (1 + r)^t$$

となります。つまり、現在の市場価格とリスク無し収益率が判れば、将来のある時点における先物相場がだいたい予想できるのです[3)]。

表７－１－１は、1994年２月９日付けの**Wall Street Journal**に掲載された米国の金の先物相場と、これに見合う期間の米国の政府国債の利回りとを比較した例です。実際には投資期間の長さによりrの値が異なるので上記の式はそのまま適用できませんが、各期間毎の先物相場の割増率とリスク無し投資の収益率とを比較すると、両者がかなり似通った値を取ることがお判りかと思います。

3）厳密に言うと、このように先物相場が現物相場を単純に割増しした式で近似出来るのは、金のように取引ロットが物理的に小さい場合に限られます。これが例えば銅地金のようにかさばる品物である場合には、先物相場には品物を所定の期間保管する費用（荷扱い費用や倉庫借料など）が含まれている必要があります。一般にこの費用は現物価格の数％程度になり、これが上記の式に上乗せされます。

表７－１－１：金の先物相場の現物相場に対する割増率と同一期間のリスク無し投資の収益率との関係（1994年２月９日の米国市場）

期間（ヶ月）	満期日	相場（＄／oz.）	割増率（ヶ月）	割増率（年）	リスク無し投資年間収益率	差（%）
〈現物相場〉						
0	1994年2月9日	382.05				
〈先物相場〉						
1.7	1994年３月末	384.40	0.36%	4.42%	3.19%	-1.23%
2.7	1994年４月末	385.70	0.35%	4.32%	3.30%	-1.02%
4.7	1994年６月末	387.70	0.31%	3.82%	3.41%	-0.41%
6.7	1994年８月末	389.80	0.30%	3.66%	3.52%	-0.14%
8.7	1994年10月末	392.10	0.30%	3.65%	3.67%	0.02%
10.7	1994年12月末	394.40	0.30%	3.63%	3.79%	0.16%
12.7	1995年２月末	396.90	0.30%	3.67%	3.89%	0.22%
14.7	1995年４月末	399.40	0.30%	3.69%	4.01%	0.32%
16.7	1995年６月末	401.90	0.30%	3.71%	4.08%	0.37%
18.7	1995年８月末	404.50	0.31%	3.73%	4.16%	0.43%
20.7	1995年10月末	407.20	0.31%	3.76%	4.27%	0.51%
22.7	1995年12月末	410.00	0.31%	3.80%	4.37%	0.57%
28.7	1996年６月末	418.80	0.32%	3.91%	4.31%	0.40%
34.7	1996年12月末	428.60	0.33%	4.06%	4.62%	0.56%
40.7	1997年６月末	439.20	0.34%	4.20%	4.89%	0.69%
46.7	1997年12月末	450.70	0.35%	4.34%	5.07%	0.73%
60.7	1998年12月末	476.60	0.36%	4.47%	5.33%	0.86%

注１）リスク無し投資の収益率には米国の政府国債の利回りを採用。これは満期日前後に償還期限の来る国債の額面価格が1994年２月９日の市場取引価格をどの程度上回っているかを示す率である。

注２）現物相場はEnglchard's industrial bullionの価格、先物相場はＣＯＭＥＸ市況と、異なる市場の相場を採用したため、短期の先物相場の割増率が国債利回りをやや大きく上回っている。この差額は両市場の現物相場の差に相当する。

さや取り価格形成理論による価格推移予測

先物市場を利用したリスクヘッジが常に可能であれば、資源開発プロジェクトの価格リスクは簡単に解消できるのですが、現実はそうは行きません。

先物市場が存在するのは貴金属や一部の主要金属についてのみであり、しかも金で５年、その他は１年先程度までしか取引が存在しないので、10年も20年も続くプロジェクトの売上げを全て先物予約するのは不可能です。

しかし、前述の先物相場の価格形成メカニズムは、それなりの仮定を置けば、現物相場の形成についても成り立つものです。そこでこの理屈を使って、将来の現物相場の推移についての予想を立ててみましょう。

前述の例で、敢えて地金を今すぐ売らずに様子を見ると決めたとしましょう。ただし先物市場は存在せず、売る場合は常にその時の現物相場で売るものとします。従って売り主は現物市況の推移を見ながら売り時が来るのを待つ事になります。その目的はリスクなし投資を上回る収益を上げる事にあります。

この場合、地金を売る方の立場では、１年後にその時の現物相場P_1が$P_0(1+r)$より大きければ、リスクなし投資を上回る収益が得られますから、ここで現物売りしますが、そうでなければ更に１年様子を見ます。２年後、$P_2 \geqq P_0(1+r)^2$なら売り、そうでなければもう１年待ち、３年後$P_3 \geqq P_0(1+r)^3$なら売り、そうでなければもう１年待ち……という具合に、ｎ年後に$P_n \geqq P_0(1+r)^n$を満たす事が売りの判断の条件になります。従って、市場の売り手が全てこの考え方に従って売り時を見計らっているとすると、P_nが$P_0(1+r)^n$を下回っている場合は売り注文が出ないため、取引が成立しません。また市況が$P_0(1+r)^n$を大きく上回れば、売り主はその時点で得られる利益を実現するため一斉に売りに走るはずですから、売り注文が殺到して市況は下がるでしょう。

結果として、ｎ年後の現物価格は常に$P_0(1+r)^n$に近い値に収束する事になります。この値は年と共に大きくなりますから、金属価格は毎年リスク

無し投資の収益率であるｒと同じ割合で上昇してゆく事になります。

この考え方は、市場での売り手は手持ちの金属をいつ売っても構わないほど資金に余裕のある相場師のような存在で、しかも彼らは収益がリスク無し投資の収益率を下回るような売り方は絶対せず、それを上回る収益が見込まれればすぐに売り注文を出すと仮定しています。市場価格は本来は需要と供給のバランスで決まるのですが、完全な自由市場が存在する場合には、このような利ざや稼ぎを狙う人が必ず居ますから、その思惑が市況に影響してくるはずです。こうした利ざや稼ぎのための取引が中心となって実際の価格が決定されるという考え方は「さや取り価格形成理論（**Arbitrage Pricing Theory**）」と呼ばれます[4)]。この考え方では、先物相場と同様の理屈で将来の現物価格も決まることになります。

ここまでの説明で気付かれたかも知れませんが、この理論によって予測されるP_nの現在価値の値は常にP_0に等しくなります。従ってこの理論は、「将来の現物価格は常にその現在価値が現時点での価格に等しくなるように推移する」と言っているのと同じ事です。つまり、ある量の金属地金を売って得られる収入の現在価値は、例えそれをいつどのように分けて売ったとしても、結局それを今すぐ全部売った場合の収入（＝現物価格×数量）に等しくなるのです。従って、この価値が今手元にある金属地金の確定価値になります。

この考えに立つと、地下に埋蔵される鉱石の中に含まれる金属分は、例え

---

4) 論文によってはこれを「マーチンゲイル価格形成（Martingale Pricing)」と呼ぶこともあります。マーチンゲイルというのは人の名前だろうと思いますが、どこの誰なのかは知りません。いずれにせよ、この理屈は品質が一定でかつ一度持ってしまえば何年置いておいても腐ったり性能が落ちたりしない金属物資の市場だからこそ仮定出来るもので、穀物や中古車の市場では成り立ち得ません。

それをどのようなスケジュールで開発したとしても、その収入の現在価値は常に一定だという事になります。この一定の現在価値を、地下に眠る金属の持つ確定価値だとみなす訳です。従って、これをある計画に従って採掘し精製するのに必要なコストの現在価値の総額がこの確定価値を下回れば、この事業は収益性があるとみなす事が出来ます。

ホテリング評価原理

さや取り価格形成理論は、先物相場の法則を用いて現物相場の将来のトレンドを設定するもので、直感的に理解しやすいのは良いのですが、その主役が本当の意味での供給者ではないため、これだけで資源の確定価値が存在する事の根拠とするのはやや気が引けるのも事実です。そこで、同様の理屈を鉱床を開発する立場から導き出す「ホテリング評価原理[5)]（**Hotelling Valuation Principle**）」という考え方について、簡単にご紹介しましょう。

ある鉱床を開発する事業を考えてみましょう。生産施設の建設は今後１年以内で終わるものとし、翌年には年間q_1トンの金属を生産し価格P_1円で販売します。操業２年目にはq_2トンをp_2円で、３年目にはq_3トンをP_3円で、という具合に総合を続け、N年目でその埋蔵金属量Rトンを堀り尽くして閉山します。この間のｔ年目における年間操業費は、その年の生産量q_tとそれまでの累積生産量Q_t（$=\Sigma q_t$）の関数である$C(q_t, Q_t)$で表されます。このプロジェクトの期間中、リスク無し投資の収益率はｒで一定である

5) 「ホテリング」というのはHarold Hotellingという経済学者の名前を採ったもので、この人が1931年に発表した論文に述べられた理論がこの評価原理の基礎になっている事からこう呼ばれます。この論文自体は資源の枯渇問題に関する経済学の古典で、ホテリングの名はこの分野の経済理論の代名詞のようになっています。いずれ資源枯渇の問題をご紹介する際に改めて説明します。

とします。

この時、この鉱山開発事業の収支の現在価値V_0は以下の式で表されます。

$$V0 = \sum_{t=0}^{N} \frac{p_t q_t - C(q_t, Q_t)}{(1 + r)^t} \qquad (1)$$

鉱山開発者にとってp_tやRは外から与えられる定数であり、自分で決められるのはq_tとその結果決まるQ_tの値だけですから、V_0はq_tとQ_tの関数になります。その時の条件として、閉山までの累積金属生産量は埋蔵金属量と等しくならねばならないので、次のような制約条件があります。

$$\sum_{t=0}^{N} q_t = R \qquad (2)$$

この条件の下で各生産者は実際の操業スケジュールを立てる訳ですが、ここで、さや取り価格形成理論と同様の仮定を置きます。すなわち、生産者は資源供給者の責任感とか地域経済への貢献などといった非経済的な価値観は一切持たず、ひたすら自らの利益を最大化する事だけを考えて操業スケジュールを立てるという前提です。これは、(1)式のV_0の値が(2)式の制約の下で最大になるようにq_tを決めるという事を意味します[6)]。

---

6) 多変数方程式がある制約条件下で最大値を取る時の変数間の関係は、ラグランジュの式によって示されます。これはその方程式自体に、値がゼロになるよう変形した制約式にラグランジュ係数を掛けたものを加えた形になっていて、ここでは(1)式が最大化する方程式、(2)式が制約条件ですから、ラグランジュの式Lは、

$$L = \Sigma \frac{p_t q_t - C(q_t, Q_r)}{(1 + r)^t} + \lambda (R - Q_N)$$

となります。λがラグランジュ係数です。ここで関数V_0が最大値をとるための条件はLの全微分がゼロになる事ですから、C（q_t，Q_t）をq_tで微分した値、すなわち限界生産費用をｃｔとした時、
(→次項)

この前提に基づき、V_0の値を最大にするようなq_tが選択されたとすると、数学的に次の関係が成り立ちます。

$$p_t - c_t = (P_0 - c_0)(1 + r)^t \qquad (3)$$

この式の左辺は操業ｔ年目のトン当たり金属価格とその生産コストの限界費用との差で、右辺は事業開始時点での同様の差[7)]が年率ｒでｔ年間分割増しされた値を示しています。すなわち、利益を最大化するような操業とは、金属トン当たりの限界収益[8)]が年率ｒで増えるような操業だという事になります。c_tもq_tに依存する関数ですから、与えられたp_tに応じてq_tを調整し、$p_t - c_t$が年率ｒで増えるように操業する時に、その事業全体の収益が最大となるのです。

ここでも供給者は常に自らの利益を最大化すると想定していますから、実際にこのような操業がなされ、結果として金属生産量トン当たりの利益の現

$$\frac{\partial L}{\partial q_t} dq_t + \frac{\partial L}{\partial Qt} dQ\ t = \left[\frac{p_t - c_t}{(1+r)^t} - \lambda\right] dq_t + \left[-\Sigma \frac{\partial C_t}{\partial Q} \frac{1}{(1+r)^t}\right] dQ_t = 0$$

が成り立つようにq_tを選べば、V_0を最大に出来ます。ここでは話を簡単にするために鉱床のどの部分を掘っても金属量トン当たりの採掘・精製コストは同じだとしましょう。この時$\partial C(q_t, Q_t) / \partial Q_t$はゼロになるため上の式の第２項が消え、その結果第１項の括弧の中がゼロになれば良いので、

$$\frac{p_t - c_t}{(1+r)^t} = \lambda$$

と書けます。ここで$t = 0$とおくとラグランジュ定数λは$P_0 - c_0$に等しいことが判りますから、これを代入して変形すると、(3)式が得られますれを代入して変形すると、(3)式が得られます。

7) 実際にここで想定している操業スケジュールでは、０年目は設備の建設だけで生産はしませんから、最初に発生するのは$p_1 - c_1$の値です。従って$p_0 - c_0$はこの値の現在価値だと考えます。

8) 限界収益とは、ある生産量においてその最後の１トン分の生産によって得られる収益（＝限界収入と限界費用との差）です。限界収入は常に一定で市場価格に等しくなりますが、コストの限界費用と平均費用とは普通は一致しませんから、限界収益は単純なトン当たり平均収益とは異なる値となります。

在価値は、常に事業開始時点での利益であるp_0-c_0に等しくなるのです。その結果、この事業の操業期間全体を通じた総収益（ただし探鉱費や初期投資額は除く）の現在価値であるV_0は、最終的に埋蔵金属量Ｒを全て掘り尽くすならば、次の単純な式で表現されます[9)]。

$$V_0 = (p_0 - c_0) R \tag{4}$$

ここで言うV_0の値は、毎年の採掘・精製量を金属市況の推移に応じて臨機応変に調節するという理想的な生産スケジュールを採った結果得られる事業の総収益の現在価値です。例え市況がどのように変動しても、それに見合う生産コスト（限界費用）が達成出来ればこのV_0の値の収益が達成可能なのです。ただしそのためには市況低迷時には限界費用が十分に小さくなるまで減産し、好況時には多少割高になることを覚悟でとにかく増産するという極端な生産レベルの変動が求められるため、実際には雇用契約や借入金返済計画などの現実的な制約によりこのような操業ができない場合もあるでしょう。また運悪く極端な市況の低迷に出くわして(3)式を成立させられなくなる可能性もあります。そういう意味では、(4)式は実際のV_0の値がどの程度首尾よく実現できたかを測る尺度とも言えます。従って、この(4)式で表されるV_0の値を、その地下資源を採掘・精製して販売する事により得られる収益ポテンシャル、すなわち経済価値であると考えるのが、ホテリング評価原理

9）もし脚注６で想定した$\partial C(q_t, Q_t) / \partial Q_t$がゼロという条件が成り立たない場合や、$c_t$を平均コストとして考えた場合には、(4)式の右辺に幾つかの定数項が加わります。これらの定数の合計は一般にマイナスとなりますが、その絶対値は$(p_0 - c_0)R$より一桁小さく、(4)式の本質は変わりません。

です。

面白いことに、前章で述べたさや取り価格形成理論における金属地金の確定価値と、このホテリング評価原理による地下資源の経済価値とは、前者は売上げイコール収益であるのに対し、後者は売上げから生産コストを引いた差が収益であるという違いはあるものの、どちらも将来得られる実際のトン当たり収益をｒで割り戻して現在価値に換算すると常に現時点での収益単価と同じになるという意味では全く同じです。前者の場合は地金の売り手が利益最大化を求めるならば実際の市場価格はそのように推移するはずだと考えるのに対し、後者では利益最大化を求める生産者は単位生産量当たりの利益がそうなるように生産量を調節するはずだと考えるのです。しかしここで言う地金の売り手と地下資源生産者の行動様式は､本質的には同じものであり、両者の違いは生産コストを勘定に入れるか入れないかの違いでしかないと考えることが出来ます。

経済評価法としての位置付け

地下資源に確定価値が存在するという事は、実際にそれを開発する前からその経済価値が決まっているという事を意味します。そうであるが故に、そこから得られる利益の単価はリスク無し投資の収益率と同じ割合で時間と共に増えるはずだという結論が導かれます。しかし現実にはそういう状況は必ずしも起こっていませんし、そもそもこの考えは「価格は需給バランスで決まる」という経済学の大原則と矛盾しています。何故こんなおかしな話になってしまうのでしょう？

その根本的な原因は、地下資源の特殊性、つまり地下資源は有限でありかつ再生できないという設定にあります。さや取り価格形成理論でもホテリン

グ評価原理でも、現時点で存在する金属の量は将来不変であると考え、探鉱による新たな鉱床の発見や、技術開発によるカットオフ品位の低下、資源リサイクル等により今後売り手が新たに地金ないし新鉱床を入手する事は想定されていません。この極端な前提条件があるために、確定価値という異例の概念が存在し得るのです。従って厳密に言えばこの概念は、こうした資源量の増加が起こらない程度に短期ないしは限定された市場についてのみ想定し得ると言えます[10)]。

実際のプロジェクト評価においては、将来起こるであろうこうした資源量増大もその収益度のリスクの発生源の一つです。今までにご紹介したとおり、ＤＣＦ分析にリスクを反映させるには、多数存在する不確定要素を個別に確率変数化するというひどく面倒な手続きが必要です。そのため最終的にはどこかで精度と手間のトレードオフを考えざるを得ません。このトレードオフの線をどこに置くかについては様々な考え方がありますが、今回の話は一言で言えば、資源量は一定不変という大胆な仮定を置く事により他の細かい条件を無視して、資源に確定価値を持たせてしまおうというものです。

実際に、特に生産計画にかなりの融通が効く石油の鉱区の売買価格は、こうした単純な計算で求めた確定価値にかなり近い額で行われている事が知られています。金属資源の場合でも、**bulk minable**な鉱床をオープンピットで採掘しＳＸ－ＥＷで回収するというようなケースであれば、これに近い傾向が認められるのではないかと思います（確認はしていませんが）。

10）ここで本書６－２の図６－２－１を思い出して下さい。ここでは金属価格は新鉱床発見の度に急落しますが、発見と発見との間では定率単調増加の曲線を示しています。今回の考え方はこの部分においてのみ成り立つものであり、資源の確定価値は新鉱床発見等による資源量増加があるとその度に見直しが必要となる事になります。

資源の確定価値の意味

今回の話は、導入部が大仰だった割に結論はシンプルで、要するに資源開発プロジェクトの経済評価には「急がば回れ」という考え方もあるという事を言いたかった訳です。しかしここで言う「地下資源の確定価値」という概念は、実は資源の枯渇問題や、資源開発と環境保護とのバランスに関して経済学的に考察する際に重要なコンセプトとなります。有限で再生産出来ないものの価値は時間と共に増してゆくが再生産できるものの価値はそうではないというこの考え方は、かつては地下資源の開発を環境保全に優先する行為の根拠となりましたが、今では全く逆の主張の根拠となっているのです。この辺の事情についてはいずれ本書の締めくくりとしてご紹介したいと思います。

次節は一転して将来の価格変動を真正面から力づくで料理しようという話になります。

７－２．開発オプションの価値

ＤＣＦ分析の欠点を補う手段として、前節はさや取り価格形成理論やホテリング評価原理などによる資源の確定価値という概念について説明しました。今回はもう一つの重要な概念であるオプション評価法をご紹介します。

オプション評価法は、金融商品の一形態であるコールオプション（**Call Option**）の価格形成理論を資源プロジェクト評価に応用したものです。コールオプションは、ある値段で債券を買う権利のことで、先物取引と違って義務では無く、買っても儲からない場合は買わなくても構いません。この選択権（オプション）により不必要な損失を回避できますから、その収益額の取り得る幅はある程度限定され､その期待値を数学的に計算する事が出来ます。実際の金融市場でのコールオプションの取引価格は、こうした理論値とよく一致しています。

コールオプションの権利としての性格は、開発オプション付きの鉱業権と似た面があります。そこで地下資源の開発権をこれになぞらえて考える事により、資源プロジェクトの価値を数学的に計算することが可能になります。ではその具体的な考え方を見てみましょう。

鉱業権と開発オプション

鉱山開発プロジェクトをコールオプションとして扱うために最低限必要な条件は、その鉱床を実際に開発するかしないかを現時点で決定する必要がないことです。これは事業の当事者が本書６－３で言う「開発オプション」を持っている事を意味します。

ここで、ある金属鉱山の開発案件のＤＣＦ分析の結果が、その時の金属価格を幾らに設定するかによってどう変わるかを示したグラフを思い出して下さい(図７－２－１)。ＤＣＦ分析の結果得られるプロジェクトのＮＰＶの値は、操業スケジュールを一定とすれば、その金属価格の設定値に対して正の一次関数になりますから、金属価格がある一定の値（ＮＰＶ＝０となる価格、**Breakeven Price**と呼ばれます）を上回れば上回るほど利益が大きく、下回れば下回るほど損失が大きくなります。従って開発オプションが無い場合は、もし現時点で金属相場の見通しがこの値を上回っていなければ、この鉱山開発の権利を買う価値は無い、例えタダでくれると言われても遠慮すべしという結論になります。

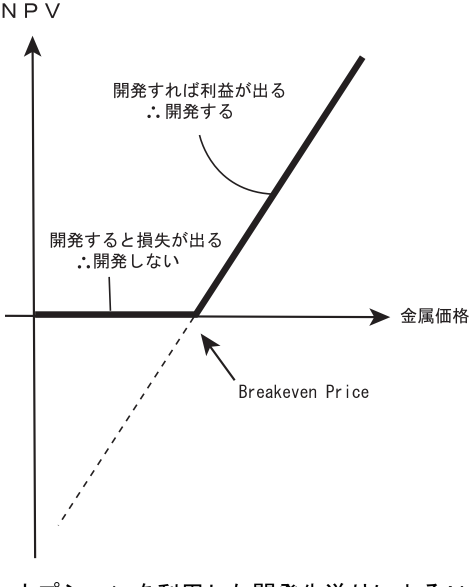

図７－２－１：オプションを利用した開発先送りによるＮＰＶの選択

ではこの鉱山の開発権に開発オプションが付いている場合を考えてみましょう。この場合は、もし現時点で利益が出そうに無ければ、開発を先送りす

ることが出来ます。従って事業のＮＰＶは、金属価格が**Breakeven Price**を下回る限りはゼロですが、もし将来上回る事があれば、待ってましたとばかりに開発に着手すれば、プラスにする事が出来ます。これであれば、少なくとも損する可能性はない訳ですから、タダであればもちろんのこと、多少の金なら払っても良いかなという気がするはずです。

この両者の差は、すなわち開発オプションの価値が含まれているかいないかの差です。開発オプションがあれば、現時点での価格予想に基づくＤＣＦ分析でＮＰＶがマイナスの案件でも、多少の経済価値が生じるのです。

金融商品としてのコールオプションには常に有効期限があり、その期限までに権利を行使（決められた値段でその債券を買うこと）しない場合はその権利は消滅します。鉱業権や鉱山開発の権利の場合も通常は有効期限があり、その範囲内においてのみ開発オプションが存在しますから、開発オプションの有無は実際にはその有効期限が切れるまでにどの位の時間があるかで表されます。これをＴで表すと、もし鉱区入札の条件に「権利取得後10年以内に開発に着手しない場合は権利を没収する」という条項があればＴ＝10年、もし「権利を得たら直ちに開発に着手する」という条件があれば、Ｔ＝ゼロであるということになります。

同じ開発オプションでも、もしその有効期限（＝Ｔの長さ）が１年だけであったとすれば、１年後に金属相場の様子が一変して相場の先行きが急に明るくなる可能性はそれ程大きくないでしょうから、このオプションの価値はごく小さいはずです。しかしもしＴ＝10年であったとすれば、向こう10年の間には金属価格の先行きも十分変わり得ますし、もしかすると10年に一度の高値に出くわすかも知れません。そうなるとこのオプションがある事の価値

は非常に大きくなるはずです。逆にＴ＝０であれば、これは開発オプションが無いという事ですから、その価値もゼロです。

　このように、開発オプションの価値はＴが長くなる程大きくなります。そして、オプションを考慮しないＤＣＦ分析によるプロジェクト評価は、実はＴ＝０というケースについてのみ有効な評価法であったことがお判りかと思います。

総支出Ｅと総収入Ｖ

　では鉱山開発プロジェクトにおいて､コールオプションで言うところの「事前に設定された債券の購入価格（**Exercise Price**)」に相当するのは何でしょうか？この場合､鉱山開発のために支出する金額の総額がこれに相当します。ここでは既に地下の鉱床の規模や品位は知られており、Ｆ／Ｓの結果これらの条件に合わせた最適な開発計画が出来ていて、その実行に必要な施設投資額や操業コストも判っていると仮定します。実際にはこれらの支出は開発当初に全て一度に発生する訳ではなく､始めにある程度の設備投資を行った後、生産コストを支出して操業しながら徐々に設備を拡張するという開発スケジュールが一般的ですが、ここではこれらは全て開発着手時に一度に支出するものとして扱います。従って開発後発生する追加設備投資や操業コストは、これを開発着手時の現在価値に割り戻し、開発時にまとめて支出するかのように扱います[1)]。この総支出の額をＥで示します。実際には例え同じ設備で

1）ただし先に述べたように、実際に開発されるのが何時になるかは未決定ですから、この金額を算定する上でそのタイミングに大きく依存する要素があると困ります。定義上この金額は額面価値で設定されるので、実際の開発が何時の時点であってもその投資額は変化しないと言えなければなりません。従って近い将来実用化が予想される新技術などはあてにせず、あくまでも現時点で確実に実施できる技術に基づく設備や操業方法を基準にする必要があります。

も時間がたてば物価上昇分程度の金額の変化があるでしょうが、これはとりあえず無視します。

コールオプションの場合、当該債券の現物市場の相場がそのオプションに設定された価格Ｅを上回っている場合には、権利を実行して債券を入手しそれを現物市場で売る事により、両者の差額が利益として手元に残ります。これがコールオプションの産む収益です。もし現物市場が有効期限の間ずっとＥを上回らなければ、このオプションは行使されないまま期限切れとなります。この債券の現物相場に相当する相場は、鉱山開発の場合で言うと、鉱山の開発・操業によって得られる収入の総額を開発開始時点の現在価値に換算した値に相当します。これをＶで示します。結果として、鉱山から生産される金属（ないし精鉱）を販売して得られる収入の総額がこのＶに相当します。

実際には、同じ鉱量を開発・生産しても、そこから得られる総収入は操業期間中の金属価格がどう推移するかによって変わってきます。そこでとりあえずＶの値を計算する際には、現時点でのその金属の現物価格を使います。将来実際に得られるＶの値は当然これとは違ってきますが、その可能性や度合いについては別途統計的に表現することになります。

Black - Scholesの式

Black-Scholesの式は、1973年に**Black**と**Scholes**が発表した論文に出てくるオプション取引の価格モデルの式で、このモデルは金融投資理論の世界では地質学で言うプレートテクトニクスに匹敵するくらい重要なものです。ここでは、コールオプションの経済価値Ｏは以下の式で表現されます。

$$O = VN(d_1) - Ee^{-rT}N(d_2)$$

ただし $d_1=\dfrac{\ln(V/E)+[r+\frac{\sigma^2}{2}]T}{\sigma\sqrt{T}}$,　　$d_2=d_1-\sigma\sqrt{T}$

この式は熱力学の式からヒントを得て考案されたのだそうで、金属価格の時間変動がある一定の基準を満たす範囲内でランダムであると仮定した時のＶの期待値からＥの現在価値の期待値を引いた格好になっています。つまり、コールオプションの期待収益額を示しているのです。実際のコールオプションについてこの式から計算される値が、市場で決まるその相場と非常に良く一致するというところが、この式のエライところです。

今回の話は要するに、この式を資源開発プロジェクトにあてはめて、そのプロジェクトの期待値を計算してみようと言うものです。式に出てくる係数のうちＥ、Ｔ、Ｖについては、既にこれが資源開発プロジェクトの場合はどんな値になるかを説明しました。ｅは自然対数の底、ｒはＤＣＦ分析で言うところの割戻率、すなわちリスク無し投資の収益率です。Ｎ（ｄ）というのは、標準正規分布確率関数がｄより小さい値を採る確率（下側確率）です[2)]。

最後に残ったのがσ（シグマ）です。これが前述のＶの時間変動の度合いを示す係数で、Ｖ（あるいはＶの対数の値）の変動が現時点での値を平均値とした正規確率分布に従うとした場合に、その標準偏差の値をＶの大きさに対する比率で示したものです。仮にＶが一定不変であればσはゼロで、その標準偏差がＶの平均値の10％の大きさであれば、σ＝0.1となり、σが大きいほどＶの変動が著しい事になります。

---

2) これは確率を表す数字で、０以上１以下の値をとります。Ｎ（０）＝0.5、Ｎ（0.5）＝0.6915、Ｎ（１）＝0.8413、Ｎ（２）＝0.9772となり、Ｎ（－ｄ）＝１－Ｎ（ｄ）が成り立ちます。標準正規分布表と呼ばれる早見表やスプレッドシートの関数機能などを使って、任意の値のｄについてそのＮ（ｄ）を求めることが出来ます

では、資源開発プロジェクトにおけるσの値はどうやって求めれば良いのでしょうか？同じ案件について毎年Ｆ／Ｓが繰り返されでもしない限り、Ｖの変動の程度を直接観察する事は出来ません。しかしＶは全可採金属量に金属価格を掛けた値ですから、その変動は金属価格の時間変動に直接連動していることが判ります。従ってＶに関するσの値（σ_v）は、その金属価格ｐの時間変動の標準偏差の割合σ_pに等しくなると考えます。σ_pの値は過去の金属相場の変動のデータから計算で求めることが出来ます。

これで、鉱山開発プロジェクトを**Black-Scholes**の式で評価するのに必要な役者が出揃いました。では実例を使って実際の計算を行ってみましょう。

オプション評価の実例

投資行為の経済価値をそのオプションの価値を含めて計算することを「オプション評価（**Option Pricing**）」と言います。ここでは**Black-Scholes**の式を用いて本書５－３で用いた鉱山開発プロジェクトの事例のオプション評価を試みてみます。表７－２－１に示した操業計画と投資条件は、この事例をＤＣＦ分析で評価した時のものと全く同じです。そしてその結果は、ｒ＝３％として、ＮＰＶがマイナス1800万円、すなわち経済価値は僅かながらマイナスというものでした。

まず始めに、プロジェクトの収支を総支出Ｅと総収入Ｖに分解する必要があります。ここでは、毎年の収入（生産した精鉱の売上額）をその他と切り離して現在価値に換算した値である307.09億円がＶとなります。従ってそれ以外の支出（ただし減価償却費は除く）の合計の現在価値307.27億円が、Ｅに相当します。従って両者の差（Ｖ－Ｅ）である－0.18億円が、先程のＮＰ

Ｖに相当します。

この案件に５年間の開発オプションが付いているとしましょう。従ってＴ＝５年です。またこの金属の市場精鉱価格の変動σ_pは、現在の市況である200＄／トンを平均とした標準偏差10％（＝20＄／トン）の正規分布であるとします。σ_pが0.1ですから、σvも0.1となります。

Black-Scholesの式の２つのただし書きの式にこれらの値を代入して計算すると、d_1＝0.78、d_2＝0.56程度になります。従ってＮ（d_1）は0.7823、Ｎ（d_2）は0.7110となり、これを他の値と共に最初の式に代入すると、コールオプションとしての価値Ｏの値は約52億円にもなります。すなわちこの条件では開発オプションの価値が52億円以上にも達するのです。オプションが存在しない場合のＮＰＶは若干マイナスであるにもかかわらず、オプションの価値を含めて考えれば、このプロジェクトの経済価値は十分過ぎるほど大きいという事になります。何だか嘘のような話ですが、ここで想定しているような５年間の開発オプションが付いている上に開発しなかった場合でも何のペナルティーも無いという条件は、買い手にとっては旨すぎるくらいの話ですから、この程度の価値は十分にあるという事です。

オプションの有効期限と価値との関係

ここでもう一度**Black-Scholes**の式をよく見てみて下さい。この始めの式は、ＶにＮ（d_1）を掛けた値から、ＥにＮ（d_2）とe^{-rT}とを掛けた値を引いた形になっています。ここでもしこの案件に開発オプションが無い（＝今すぐ開発せねばならない）とすると、Ｔ＝０ですから、d_1の式の分母がゼロになり、d_1は無限大になります。そうなれば当然d_2も無限大です。正規確

表７－２－１：鉱山開発計画のオプション評価の例（５－２節表５－２－１と同じ事例）

年間採掘量：	1,000,000 トン
平均品位：	20 %
操業年数：	10 年
トン当たり採掘単価：	1,000 円
年間固定経費：	2 億円
精鉱トン当たり選鉱単価：	1,500 円
精鉱品位：	60.0 %
選鉱回収率：	90.00 %
トン当たり廃さい処理単価：	1,000 円
1日当たり坑排水処理単価：	300,000 円
精鉱トン当たり販売価格：	200.00 $
為替レート：	100 円／$
施設投資費：	40 億円
施設撤去費：	10 億円
所得税：	40 %

選鉱費＝採掘量×鉱石品位×回収率÷精鉱品位×選鉱単価
廃さい処理費＝採掘量×{１－(鉱石品位×回収率÷精鉱品位)}×処理単価
坑排水処理費＝処理単価×365日
精鉱売上げ＝採掘量×鉱石品位×回収率×金属分単価×為替レート

総収入＝精鉱売り上げの現在価値の合計
総支出＝各年の課税前支出－減価償却費＋所得税の現在価値の合計
割戻し率＝３％
開発オプション有効期限＝５年間
精鉱価格のσ=0.1

（単位：億円）

年	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	····	50
収　入																			
精鉱売上げ	0.00	36.00	36.00	36.00	36.00	36.00	36.00	36.00	36.00	36.00	36.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00
支　出	**40.00**	**29.80**	**29.80**	**29.80**	**29.80**	**29.80**	**29.80**	**29.80**	**29.80**	**29.80**	**29.80**	**11.10**	**1.10**	**1.10**	**1.10**	**1.10**	**1.10**		**1.10**
設備投資	40.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	10.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00
採掘費	0.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	0.00	0.00						
選鉱費	0.00	8.10	8.10	8.10	8.10	8.10	8.10	8.10	8.10	8.10	8.10	0.00	0.00						
廃さい処理費	0.00	4.60	4.60	4.60	4.60	4.60	4.60	4.60	4.60	4.60	4.60	0.00	0.00						
坑排水処理費	0.00	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10	1.10		1.10
固定経費	0.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	0.00	0.00						
減価償却	0.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00								
課税前収支	**-40.00**	**6.21**	**6.21**	**6.21**	**6.21**	**6.21**	**6.21**	**6.21**	**6.21**	**6.21**	**6.21**	**-11.10**	**-1.10**	**-1.10**	**-1.10**	**-1.10**	**-1.10**		**-1.10**
所得税	0.00	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	2.48	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00
実質収支	**-40.00**	**3.72**	**3.72**	**3.72**	**3.72**	**3.72**	**3.72**	**3.72**	**3.72**	**3.72**	**3.72**	**-11.10**	**-1.10**	**-1.10**	**-1.10**	**-1.10**	**-1.10**		**-1.10**
減価償却控除	0.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		0.00
総合収支	**-40.00**	**7.72**	**7.72**	**7.72**	**7.72**	**7.72**	**7.72**	**7.72**	**7.72**	**7.72**	**7.72**	**-11.10**	**-1.10**	**-1.10**	**-1.10**	**-1.10**	**-1.10**		**-1.10**

割戻し率：	0.03			
総収入（V）：	307.09	d１：0.78	N(d１)：0.7823	**オプション評価額：52.19**
総支出（E）：	307.27	d２：0.56	N(d１)：0.7110	
NPV：	-0.18			

率関数の出現値が無限大より小さくなる下側確率は当然１になりますから、この時$N(d_1)$も$N(d_2)$も共に１です。e^{-rT}はＴ＝０であればやはり１になります。従って、Ｔ＝０の時、**Black-Scholes**の式は結局

$$O = V - E$$

と言っている事になります。このＶとＥとの差は総収入の現在価値から総支出の現在価値を引いた値ですから、これはすなわちこのプロジェクトのオプションなしの場合のＮＰＶです。従って、ＮＰＶとは、Ｔ＝０の場合のプロジェクトの価値だという事になるのです。

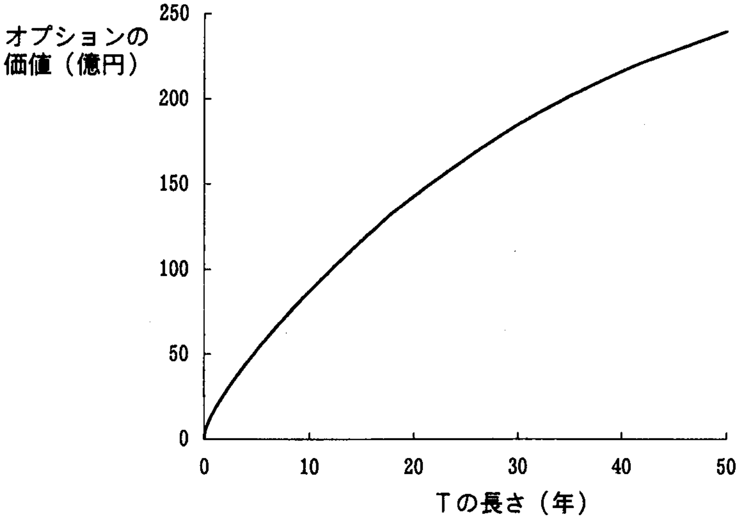

図７－２－２：オプションの有効期限の長さと価値との関係

一般にＴの値が大きくなると、$N(d_1)$も$N(d_2)$も小さくなりますが、d_2とd_1の差が$\sigma\sqrt{T}$であるため、Ｔが大きいほど$N(d_1)$に対して$N(d_2)$が相対的に小さくなります。さらにe^{-rT}はＴか大きくなると小さくなりますから、結果として$VN(d_1)$が$Ee^{-rT}N(d_2)$よりも相対的に大きく

なり、オプションの価値Ｏはどんどん大きくなります。これは、オプションの有効期間が長ければ長いほど、金属価格が高い方に振れる可能性が高まるため、オプションの価値が高くなることを示しています。図７－２－２は前述の例でＴを変えた場合のＯの値の変化を示したもので、ＯはＴが大きくなるにつれてほぼ単調に増加しています。

金属価格の変動度とオプション価値との関係

ここでＴ＝５の場合に戻り、今度は金属価格の変動度であるσとオプションの価値との関係を見てみましょう。もしこの金属の精鉱価格が価格統制により現状の＄200／トンに固定されてしまったとすると、この値は変動する余地が無くなりますから、その確率分布関数の標準偏差はゼロだという事になります。従ってσ_vもゼロです。この時、５年間待っても価格は**Breakeuen Price**を上回らないので、結局鉱山は開発されないままとなる事は明らかです。つまり、価格が変動しない場合には、オプションの価値はありません。

σの値が大きくなると、先程のＴの場合と同様に$VN(d_1)$が$Ee^{-rT}N(d_2)$よりも相対的に大きくなり、オプションの価値Ｏは大きくなります。ただし余り大きくなるとd_1はプラス無限大に、d_2はマイナス無限大に近づくので、$N(d_1)$は１、$N(d_2)$は０に収束してしまい、ＯはＶを超えることが出来ません。図７－２－３は前述の事例におけるσとＯとの関係を示していて、σがいくら大きくなっても、ＯはＶに相当する300億円強程度で頭打ちになっていることが判ります。これは、どんなに有利な条件のオプションでも、その価値は対象となる投資から得られる収入自体を越えはしないという事です。

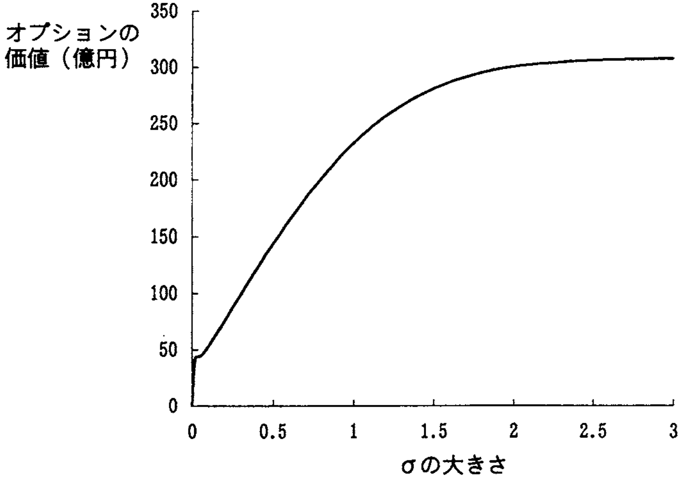

図７－２－３：金属価格の変動度とオプションの価値との関係

金属価格の水準とオプションの価値との関係

σの値は金属価格が平均値からどのくらいはずれた値を取るかの度合いを示しています。ではこの平均値の水準自体が変わるとオプションの価値はどうなるでしょうか？　これを見るために、表７－２－１の計算を様々な金属価格について行った結果から金属価格とオプションの価値との関係を示したのが図７－２－４です。この場合σの値は常に平均値（＝設定された金属価格）に対して0.1になっています。

金属価格の水準が低いとＶの値が小さくなりますが、Ｅの値は変化しません。従ってオプションなしのＮＰＶは金属価格に比例して変化し、金属価格が**Breakeven price**の水準を下回ってＶ＜Ｅとなればマイナスになります。しかし**Black -Scholes**の式では、ＶがＥに比べて小さくなるとＮ（d_1）より先

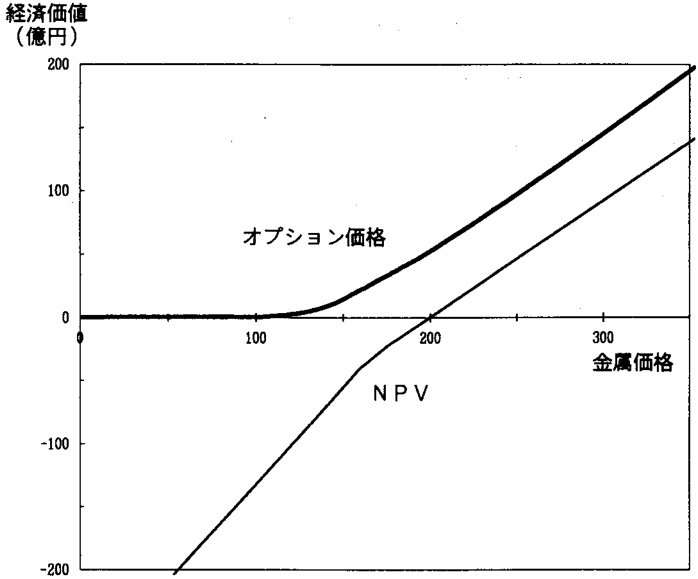

図７－２－４：金属価格とＮＰＶ及びオプション価値との関係

にＮ（ｄ$_2$）がゼロになるので、結果として、ＮＰＶがどんなに大きくマイナスであっても、オプションの価値はゼロに近づくだけで、マイナスにはなりません。これは、金属価格がＮＰＶをプラスにする程まで上昇しない限り実際の鉱山開発は行わない訳ですから、この権利を持ったために結果として損失を被るという事態は起こり得ないという事実を反映しています[3)]。

---

3) 但し実際には、こうしたオプションは何らかの代償を払って手に入れるものですから、オプション自体の価値がプラスであってもそれがこの代償の価値より小さければ、このオプションを入手する事の経済価値はマイナスとなります。

資源開発案件向けのオプション評価

今回は、**Black-Scholes**の式を資源開発案件に適用する方法についてご紹介しました。しかしいくら基本的なモデルとは言え、この式はあくまでも株式のコールオプションの経済価値の評価式ですから、厳密に言えばこれをそのまま資源開発プロジェクトに適用する事自体に多少の無理があります。具体的に言うとプロジェクトの総収入Ｖの決め方が問題で、本来ならここに前回ご紹介した資源の確定価値の理論を持ち込まねばなりません。また実際のプロジェクトには開発時期の他に操業や閉鎖のタイミングにもオプションが存在し、これらを含めた全体的なオプションの価値を評価するにはもっと複雑なモデルが必要です。

この10年間ほどの間に、資源開発案件の評価のために改良されたオプション評価法が多くの学者によって提唱されました。一般にこうした研究はもっぱら石油鉱区の評価を想定していて、この場合は操業条件の選択肢が比較的シンプルなので、この分野では既に実際の売買にこうした評価法が普及しているようです。しかし金属資源の開発の場合は、その収入・支出の不確定要素が多いためか、まだ研究例も少なく、スタンダードとなるような評価法は確立されていないようです。

とりあえず次節では、資源の確定価値の考え方を取り入れたもう少し厳密な資源開発案件向けオプション評価法の例をご紹介しましょう。

７－３．資源向けオプション評価

前節は、金融市場におけるコールオプションの価値を計算する**Black-Scholes**の式を、資源開発プロジェクトのオプション評価にそのまま用いる方法をご紹介しました。しかし鉱山開発案件への投資と金融商品への投資とでは事情がやや異なる面があり、従って厳密に言うと、**Black-Scholes**の式をそのまま使うだけでは鉱山開発のオプション価値を正確に評価する事はできません。

そこで、この辺の事情を加味した資源開発案件向きのオプション評価法が幾つか提案されています。その具体的な計算方法は提案者によって千差万別ですが、いずれも**Black-Scholes**の式に、資源に関するリスク評価や価格形成理論、更には資源開発事業特有のオプションの形態などを盛り込み、これらを集大成した「資源版・究極の経済評価法」を確立しようとする試みだと言う事が出来ます。

こうした評価法はまだ理論研究の段階で、実際のプロジェクト評価に使われるには至っていませんが、今まで本書でご紹介してきた資源プロジェクト評価に関する様々な理論の総まとめの意味で、今回はその考え方についてご紹介しようと思います。

開発先送りのコスト

前回の説明の中でははっきりと述べませんでしたが、Black-Scholesの式では総支出Ｅを年率ｒで割り戻して現在価値に換算（Ｅにe^{-rt}を掛けている

のがこの換算に相当[1] しています。しかしＥの額面価値自体は実際の開発着手がいつであっても一定であると仮定されています。従って鉱山開発が先送りされる（＝ｔが大きくなる）ほどＥの現在価値は小さくなります。こうした設定は権利を発動して債券を買う時の価格（**exercise price**）があらかじめ額面で決められているコールオプションを想定している限りは差し支えありませんが、鉱山開発の総支出となるとそうは行きません。株式などの金融商品の場合は売り買いせずに持っているだけなら費用はかかりませんが、地下に眠る金属鉱石の場合は、権利を保持したまま開発だけを延期するためのコストが必要になるからです。

この種のコストの具体的な中身には、様々なものがあります。鉱業権を登録し続ける事自体に費用がかかる場合もあるでしょう。また開発に必要な資材や人件費が時間とともに値上がりするような状況では、開発の先送りはその分余計な出費をもたらす事になります。更に現地を長期間放ったらかしておけば、探査の際に使ったアクセス道路が壊れたり草木が生い茂って測量杭

1）前回からこの自然対数の底ｅを使った割戻し計算を使ってきましたが、ここでその説明をしておきましょう。割戻し計算は、預金利息の複利計算と同じで、割戻し率ｒが年率であっても、元金からの利息相当分の差し引きは通常１年より短い間隔で行われます。この間隔が年にｎ回ある時、ｔ年間分の割戻し係数は

$$\frac{1}{(1+r/n)^{nt}} = \left(1+\frac{r}{n}\right)^{-nt}$$

で表されます。ｎの値は半年複利なら２、３ヶ月複利なら４です。割戻しの度合いはｎが増えるほど大きくなりますが、ある程度以上の大きさになると、自然対数の底ｅの性質から

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n} = e$$

となりますから、これを割戻し係数の式に代入すると、その値は

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{r}{n}\right)^{-nt} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{r}{n}\right)^{\frac{n}{r}\cdot -rt}$$

となります。従って、任意の長さのｔについての割戻し計算には e^{-rt} という係数が使われるのです。

が見えなくなったりしてしまい、改めて開発に着手する時にはもう一度測量や道路造りをやり直す必要があるかも知れません。

このような開発延期によって生じるコストを、今すぐ開発した場合の総支出Ｅの年間上昇率πで示します。従って総支出Ｅの額面価値は、開発が１年先送りされる毎にπずつ増加し、これを年率ｒで割り戻して現在価値に換算しますから、ｔ年後のＥの現在価値は、

$$PV(E_t) = PV(e^{\pi t}E) = e^{(\pi - r)t}E$$

となります。従って、もしπがｒより大きければ、ｔが大きくなるにつれてＥの現在価値は大きくなってしまいます。現実にはπはｒよりは小さいのが普通なのでＥは時間と共に減少しますが、少なくとも開発先送りによる総支出の現在価値の目減り（ｒ）は、開発コストが時間と共に上昇する事（π）によってかなりの部分相殺されてしまい、実際にはごくわずかな割合でしか起こらないのです。

価格の見込み上昇率と変動率

一方**Black-Scholes**の式において、総収入Ｖについては割戻しは行われておらず、その現在価値は常に一定だとされています。これは実際には、総収入を変化させる資源の価格が、割戻し率（すなわちリスクなし投資の収益率）と同じ割合で毎年上昇してゆくという仮定がなされていることを示しています。これは正に、前々回にご紹介した資源の確定価値の考え方です。この考え方は市場価格が純粋にさや取り価格形成理論だけによって決定されるような場合に成り立つもので、オプションや先物の市場であればこれは実際に概ね成り立っているのですが、資源の現物市場では話はそう単純には行きませ

ん。地下資源には実需があり、その市場価値は需給バランスの変化に応じてランダムに変動するからです。

もちろん、**Black-Scholes**の式にもこうした価格の変動は織り込まれています。この場合、価格の時間変動の度合いを確率分布関数の形で表し、その出現値は一定の平均値の前後をその標準偏差がσとなるような程度にばらつくと仮定していました。しかしこの平均値が一定という仮定は、総収入の現在価値は時間によらず一定という資源の確定価値の考え方の下でのみ有効なものですが、資源の確定価値の考え方はあくまでも地下資源を金融商品になぞらえた一次近似であって、厳密に言えば価格上昇率と割戻し率はそれぞれ独立に決まると考えられます。従って本当は、両者の値を別々に定義しなければなりません。

ではまず、価格の上昇率について見てみましょう。本書７－１の脚注３で述べたように、資源の確定価値の考え方においても、値段の割にかさが大きくて運搬･保管に手間がかかるもの（金属で言えばベースメタル）の場合は、実際の価格の値上がり率はｒだけではなく、これに当該物資をいつでも売りに出せる状態に保っておくのに必要なコスト（保管料など）に相当する率が上乗せされます。このようなコストを**Convenience Yield**（「便宜経費」とでも訳せばよいでしょうか）と呼びます。先物価格の実際の平均上昇率からｒを引いた残りが現実のこの経費の本体価格に対する比率で、例えば銅地金の場合一般に数%前後になります。この率をｃで示すと、さや取り価格形成理論によって決定される市場価格の実際の価格上昇率αはｒ＋ｃに等しいということになります。

この時、額面価値ベースで見た時間ｔと価格ｐの関係は、次のような式で

表されます。

$$\frac{dp}{p} = \alpha\,dt + \sigma\,dz$$

この式は統計学で**Geometric Brownian Motion**と呼ばれる関数で、「価格の時間変化率は、係数αで時間に比例する成分と、時間に無関係に変動しかつ期待値がゼロ、単位時間間隔における標準偏差がσとなる成分との和である」という意味です。要するに、将来の価格の期待値は時間と共にαずつ上昇し（**trend**）、かつ単位時間長さにおける実際の出現値は、この期待値の前後に標準偏差σでランダムにばらつく（**drift**又は**volatility**）ような確率分布関数だと考えて下さい。このような関数の実例を図７－３－１に示します。このグラフの折れ曲がり具合は金属市況のグラフによく似ていると思いませんか？

価格の時間変動がこのような形を取ると仮定すると、額面価値ベースにおいても、αを価格の時間上昇率、σを価格の時間変動の標準偏差として、それぞれ独立した形でオプション評価に組み込む事が出来ます。

ＣＡＰＭ理論による必要収益率

では割戻し率の方はどのように考えるべきでしょうか？　ここで、本書の最初の方でご紹介した必要収益率の概念を思い出して下さい。収益度に変動要素（リスク）がある場合、一般にその投資行為に対する見込み収益率は、リスク無し投資の収益率にリスクプレミアムを上乗せした値を上回って初めて、経済性を持つと言えるという話をしました。この基準となる収益率のハードルの値を必要収益率（**Required Rate of Return**）と呼び、その具体的な値の計算にはＣＡＰＭ理論が用いられます。こうしたリスクプレミアムの考

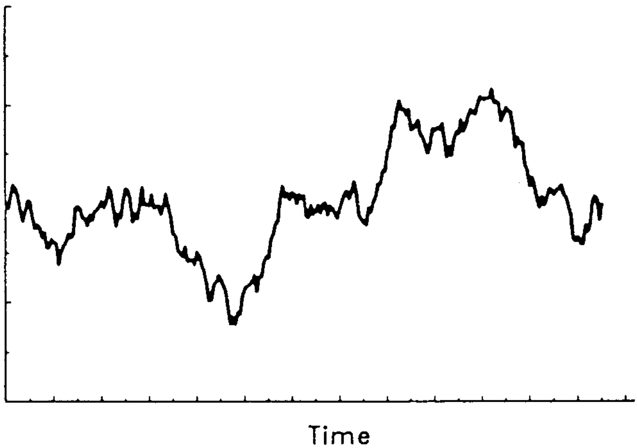

図７－３－１: Geometric Brownian Motionの出現値の時間に対するプロット

え方は、今までのオプション評価法の中では考慮されていませんでしたが、ここで厳密なオプション評価のためにこれを再度持ち出してみる事にします。

ＣＡＰＭ理論における必要収益率r_{req}の計算式は以下のようなものでした。

$$r_{req} = r + \beta \, (r_m - r)$$

ここでr_mは市場ポートフォリオの収益率、ｒはリスク無し投資の収益率、そして$\beta \, (r_m - r)$がリスクプレミアムに相当します。この場合、実際にリスクがあるのは事業収入の方だけであって開発・生産コストには不確定要素は無いと考えていますから、オプション評価のように全体を総収入と総支出とに二分して考える場合、総収入Ｖの現在価値を計算するときだけこのr_{req}を使えば良いと言う事が出来ます。

このように、αもr_{req}も共にｒを上回ることになりますが、その度合い

はどちらが大きいでしょうか。αは地金価格の期待値の上昇率ですから、この地金を買って持っていれば、長期的にはα分の収益が見込めます。つまりキャピタルゲインの見込み発生率がαだということです。この金属の鉱山を開発するプロジェクトの収益率は、この値を上回っていなければなりません。地金を買って持っている以上に儲からないと、鉱山開発に投資する価値が無いからです。従って、r_{req}はαを上回っているはずです。そこで、r_{req}とαとの差を次のように定義します。

$$\delta = r_{req} - \alpha \quad (>0)$$

この時δは常にプラスになり、その値はこの地金が生むキャピタルゲインが必要収益率を下回る度合いに相当することから、**rate of return shortfall**と呼ばれます。この時、金属の販売による総収入額Ｖの現在価値は、年率αで上昇する額面価値を年率r_{req}で割り戻した値ですから、ｔ年後には、

$$PV(V_t) = PV(e^{\alpha t} V) = e^{(\alpha - r_{req})t} V = e^{-\delta t} V$$

となります。つまり、Ｖの現在価値は年率δの割合で時間と共に減少してゆくのです。

オプション価値の厳密な計算方法

従ってオプションの有効期限がＴ年である場合、**Black-Scholes**の式を資源開発プロジェクトに当てはめる際には、式を次のように書き換えねばなりません。

$$O = V e^{-\delta T} N(d_1) - E e^{(\pi - r)T} N(d_2)$$

ただし

$$d_1 = \frac{\ln(V/E) + [r - \pi + \frac{\sigma^2}{2}]}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

この場合Ｔが１年伸びる毎にＶはδずつ減少、Ｅはπ－ｒずつ増加してゆくことになります。ただしπは通常ｒより小さいので、実際にはＥは年率ｒ－πで減少します。

(a) オプション有効期限Ｔとの関係　　(b) 価格変動度σとの関係

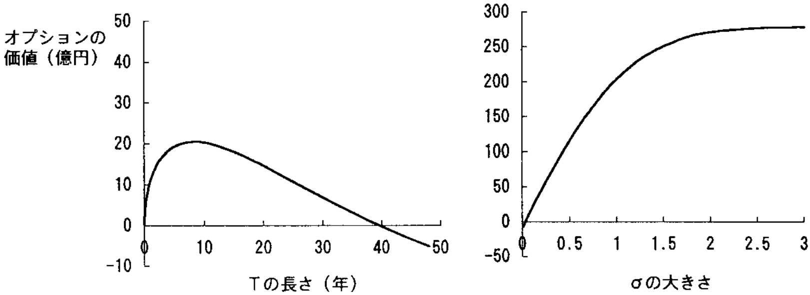

図７－３－２：改良型オプション評価式の評価額とパラメータとの関係

ここで、前回**Black-Scholes**の式を適用したのと同じ実例をこの改良型の式で評価してみましょう。表７－２－１で使った全ての条件をそのまま使い、更に物価上昇率πを1.5%、金属価格の期待値の上昇率αを５%、更に必要収益率r_{req}を７%に設定します。従ってπ－ｒは－1.5%、δは２%です。このとき図７－２－２や図７－２－３と同様に、精鉱価格200＄／ｔとした時のオプション価値Ｏがオプションの有効期限Ｔや価格変動度σによってどう変

わるかを見たのが図７－３－２です。σが大きくなるとＯは単調増加するけれども頭打ちとなるという点は**Black-Scholes**の式の場合（前回の図７－２－３）と変わりませんが、Ｔの増加に対してＯが一旦増加した後減少し最後にはマイナスになるという点が、前回（図７－２－２）とは大きく異なっています。つまりこの資源向け改良型オプション評価では、有効期間が必要以上に長いと、**rate of return shortfall** δによる総収入Ｖの目減りが大きくなるため、むしろオプション価値が下がってしまうのです。

このようなＴとＯとの関係をうまく使うと、現在の価格条件下では開発を何年後に行うのが最も効果的であるかを知る事が出来ます。もちろんこうしたオプション評価額はあくまでも確率論的な期待値であって、そのとおりに先送りすると必ずその額の利益を生むという訳ではありませんが、事前にこうした数字が計算できれば、投資判断における非常に有効な判断材料が提供できるはずです。

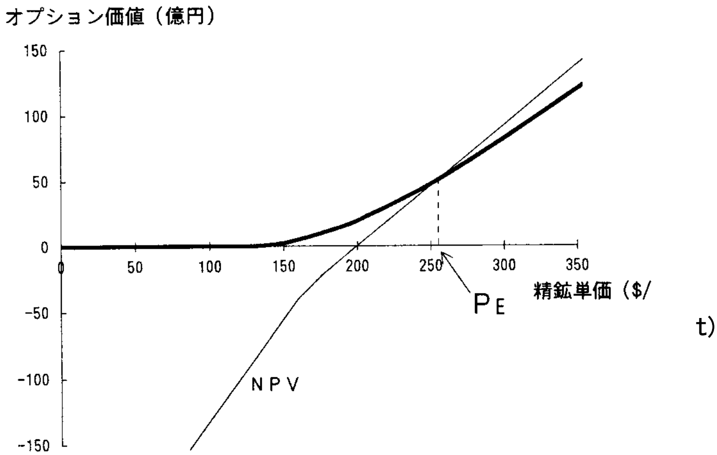

図７－３－４：改良型オプション評価式による評価額と金属価格との関係

更に、精鉱販売価格とオプション価値との関係を示したのが図７－３－４です。細線で示してあるのはオプションを考慮していないＮＰＶの値です。これを**Black-Scholes**の式の同様のグラフ（前回の図７－２－４）と比較すると、価格が低い場合に価値がほとんどゼロであることは同じですが、それが**Breakeven Price**に近づいてから越えた後の価値の大きさは改良型の方がかなり小さくなります。これは、資源開発案件が金融商品のコールオプションと最も大きく違う点、すなわちオプションを発動したときの総収入Ｖの現在価値や総支出Ｅの額面価値が時間と共に変化するという事実を評価に反映させたためです。こうした資源特有の変化は時間と共にＶを小さく、Ｅを大きくする方向に起こるので、結果としてオプション価値は小さくなります。

その結果、ある価格（図中の$Ｐ_E$、約260＄）を越えると、オプション価値はＮＰＶを下回ってしまいます。この事は、現時点の価格が$Ｐ_E$より低ければ、今すぐ開発に着手するよりＴ年間待った後に開発する方が利益が大きくなりますが、逆にこれを上回っていれば、下手に開発を先送りしないで今すぐ開発に着手した方が儲けが大きくなる、という事を示しています。実際の案件についてこの$Ｐ_E$の値が求められれば、これも投資判断における重要な指標となるでしょう。

Black-Scholes型の評価の限界

このように、**Black-Scholes**の式を鉱山開発案件向けに改良する事により、そのまま使うよりはかなり現実的なオプション評価が可能になります。ただし、これは今まではっきりと説明していませんでしたが、**Black-Scholes**の式にはオプション評価としての限界があります。それは、この式が想定してい

る開発オプションには、あらかじめ指定されたオプション有効期間の満了時点までは、実際の鉱山開発に着手できないという前提があるという点です。従って、とりあえず現状での開発は見合わせ、今後の市況の行方を見ながら臨機応変に開発時期を決めるという、資源開発において最も理想的なオプションとはやや異なっています。これは、金融市場におけるコールオプションがこういった制約下で売買されるため、**Black-Scholes**の式もこれに合うように考案されたためです。

資源開発の場合はこうした制約にこだわる必然性はありませんから、出来れば有効期間中のいつでも好きなときに開発に着手できるという条件での開発オプションの価値が評価出来るに越したことはありません。この方がオプション価値はより大きくなるはずです。実際に、こうした条件下でのオプション評価の式も何人かの研究者が既に考案しています。ただしこれらはいずれも**Black-Scholes**の式とはかなり異なる構造を持っていて、しかも輪をかけて複雑な式になるため、今までの話の流れの中でその意味を説明することはほとんど困難です。ただし今回ご紹介した資源特有の条件を反映した幾つかのパラメータはそのまま使いますので、同じ条件で両者を計算した結果の比較は出来ます。そこで今回は、その結果だけをグラフで示す事にします。

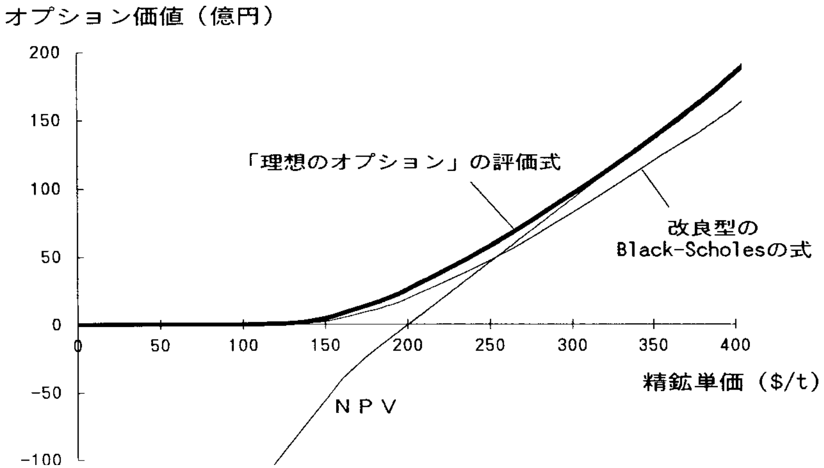

図７－３－５：開発時期に制限のない「理想の開発オプション」の価値

図７－３－５は、今回使った実例と同じパラメータで、有効期間中いつでも開発に着手できるという条件の開発オプションの価値を金属価格に対してプロットしたものです。ＮＰＶと改良型**Black-Scholes**の式による計算結果も合わせて示してあります。結果として、この場合の評価結果は高い価格帯になるとＮＰＶとほとんど一致してしまい、これを下回る事はありません。従って、前述の改良型**Black-Scholes**の式の場合のようにこの条件であれば現時点ですぐ開発した方が良いという状況は有り得ず、何はともあれまずは様子を見てみようという判断になります。

オプション評価の意義

Black-Scholesの式に基づくものでも、また上述の「理想の開発オプション評価」の場合でも、現在の市況が**Breakeven Price**の前後にある時に、オプシ

ョンを加味した評価額とＮＰＶとの差が最も大きく、このような場面でこそオプション価値が重要となると言えます。そしてオプション価値の最大の特徴は、ＮＰＶがゼロに近いマージナルな案件にもある程度の価値を見出すという点にあります。そういう意味では、実際にはある程度の開発先送りの余地がある案件を単純な見込み収益度だけで経済評価してしまうと、特にその経済性がマージナルである場合に、その投資としての価値を不当に低く評価してしまう結果となるのです。

複雑な数式によるオプション評価理論は、この見落とし分を定量的に表現するための方法論です。しかし実際には、σだのr_{req}だのπだのαだのと、実際の案件に対応する具体的な値を特定するのが困難なパラメータを多数設定する必要があるため、実際の投資案件をこうした式を使って評価するのはなかなか大変です。もしそれが出来たとしても、こういう数値を特定の値に設定するときに生じる数学的誤差を考えると、その結果得られた経済価値の数字にもかなりの誤差があるはずで、その具体的な値自体には余り意味はないと考えざるを得ません。

従って、こうした細かな計算に没頭するよりも、オプション評価の考え方を通じて、通常のＮＰＶやＩＲＲによる評価の結果が実は不当に低い経済価値しか示していない場合があるという事を認識することが重要です。実際には、全てのスケジュールが完全に固定されていて、状況を見て判断する余地が全く無いような鉱山開発案件はまずありません。こうしたオプションの余地がある限り、見かけ上の経済価値に上乗せするべきオプション価値があるはずです。その事を常に頭に置いていると、昔ながらのＮＰＶやＩＲＲで示された経済評価結果も少し違った見方が出来るようになるはずです。

取りあえず、オプション評価とは何であるかについて、これで一通りの事をお話しました。実際には、開発オプションの他に、操業オプションや閉山オプションの評価もありますが、これ以上深入りするとほとんど数式の世界になってしまうので、この辺が潮時かと思います。

本書のプロジェクト評価の話題では順序として最初にＤＣＦ分析を取り上げたため、全体がＤＣＦ講座だと思っておられる向きが多いようです。しかしこの機会にご紹介したかったのは、ＤＣＦ分析が資源プロジェクトの経済評価法としていかに時代遅れかつ不十分であるかという点です。ＤＣＦ分析は地向斜造山論、リスクマネジメントやオプション評価がプレートテクトニクスに相当すると思って下さい。